



Høgskulen  
på Vestlandet

## Demokrati, medborgerskap og modellering

Parallellsesjon om matematisk  
modellering i skolen

---

Lisa Steffensen og Inger Elin Lilland  
Campus Bergen  
5. november 2021



# Fra læreplan MAT01-05: **Et av fem kjerneelement**

## **Modellering og anvendingar:**

- › Ein modell i matematikk er ei beskriving av verkelegheita i matematisk språk.
- › Elevane skal ha innsikt i korleis modellar i matematikk blir brukte for å beskrive dagleglivet, arbeidslivet og samfunnet elles.
- › Modellering i matematikk handlar om å lage slike modellar.
- › Det handlar òg om å kritisk vurdere om modellane er gyldige, og kva avgrensingar dei har, vurdere modellane i lys av dei opphavlege situasjonane og vurdere om dei kan brukast i andre situasjonar.
- › Anvendingar i matematikk handlar om at elevane skal få innsikt i korleis dei skal bruke matematikk i ulike situasjonar, både i og utanfor faget.

# Fra læreplan MAT01-05: **Fra tverrfaglig tema**

## › **Folkehelse og livsmeistring:**

- › I matematikk handlar det tverrfaglege temaet folkehelse og livsmeistring om å gi elevane kompetanse i **problemløysing**, i statistikk og i personleg økonomi.
- › Gjennom faget skal elevane få utvikle forståing for teknologi, statistikk og **matematiske representasjonar og modellar** som kan hjelpe dei til å gjere ansvarlege livsval

## › **Demokrati og medborgarskap:**

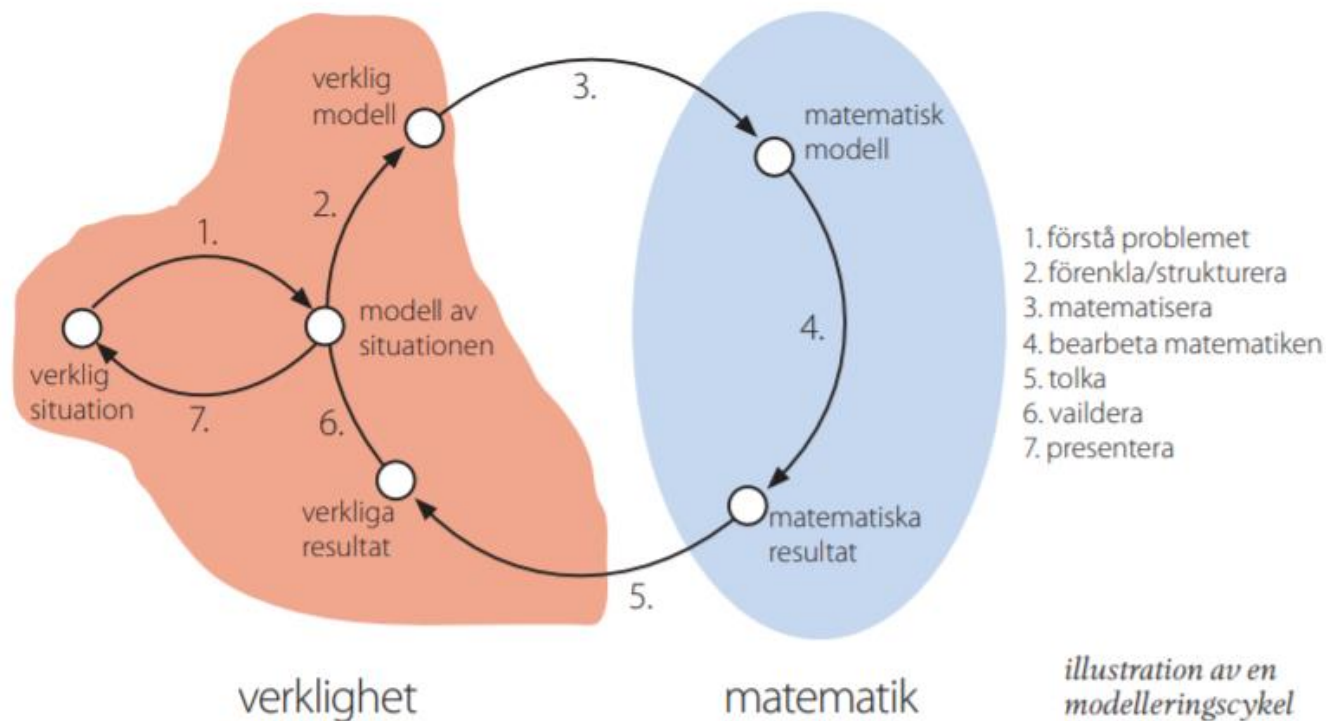
- › I matematikk handlar det tverrfaglege temaet demokrati og medborgarskap om å gi elevane kompetanse i å **utforske og analysere funn frå reelle datasett** og talmateriale frå natur, samfunn, arbeidsliv og kvardagsliv.
- › Vidare handlar det om at elevane lærer å **vurdere kor gyldige slike funn** er. Slik kompetanse er viktig å for å kunne **formulere egne argument** og delta i samfunnsdebatten.
- › Faget skal gjere elevane **bevisste på føresetnader og premissar for matematiske modellar som ligg til grunn for avgjerder i deira eige liv og i samfunnet.**

# Fra læreplan MAT01-05: **Kompetansemål**

- › **Kompetansemål etter 4.trinn**
  - › modellere situasjoner frå sin eigen kvardag og forklare tenkjemåtane sine
- › **Undervegsvurdering (etter 8.trinn)**
  - › Undervegsvurderinga skal bidra til å fremje læring og til å utvikle kompetanse i matematikk. [...] Elevane viser og utviklar òg kompetanse når dei utforskar i praktiske samanhengar og omset mellom representasjonsformer i problemløysing og modellering.
- › **Kompetansemål (etter 10.trinn)**
  - › bruke funksjonar i modellering og argumentere for framgangsmåtar og resultat
  - › modellere situasjonar knytte til reelle datasett, presentere resultata og argumentere for at modellane er gyldige

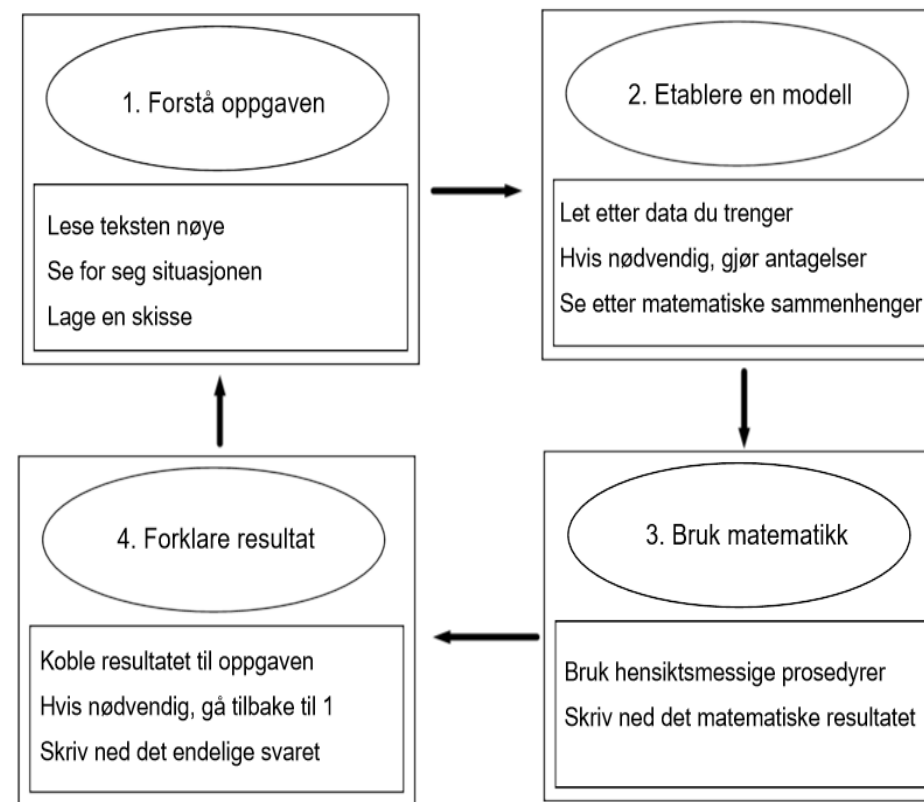
# Modelleringscyklus- ikke oppskrift

- Eks. Modelleringscyklus (Blum & Leis)



Figuren er hentet fra: Arleback, J. (2013). Matematiska modeller og modellering. Hva er det? *Namnaren*, 3, 21-16.

- Faser- forenklet versjon (Elevversjon)



Blum & Ferri (2009), oversatt til norsk av Matematikksenteret

# Ulike perspektiv på modellering og undervisning



Som fartøy:

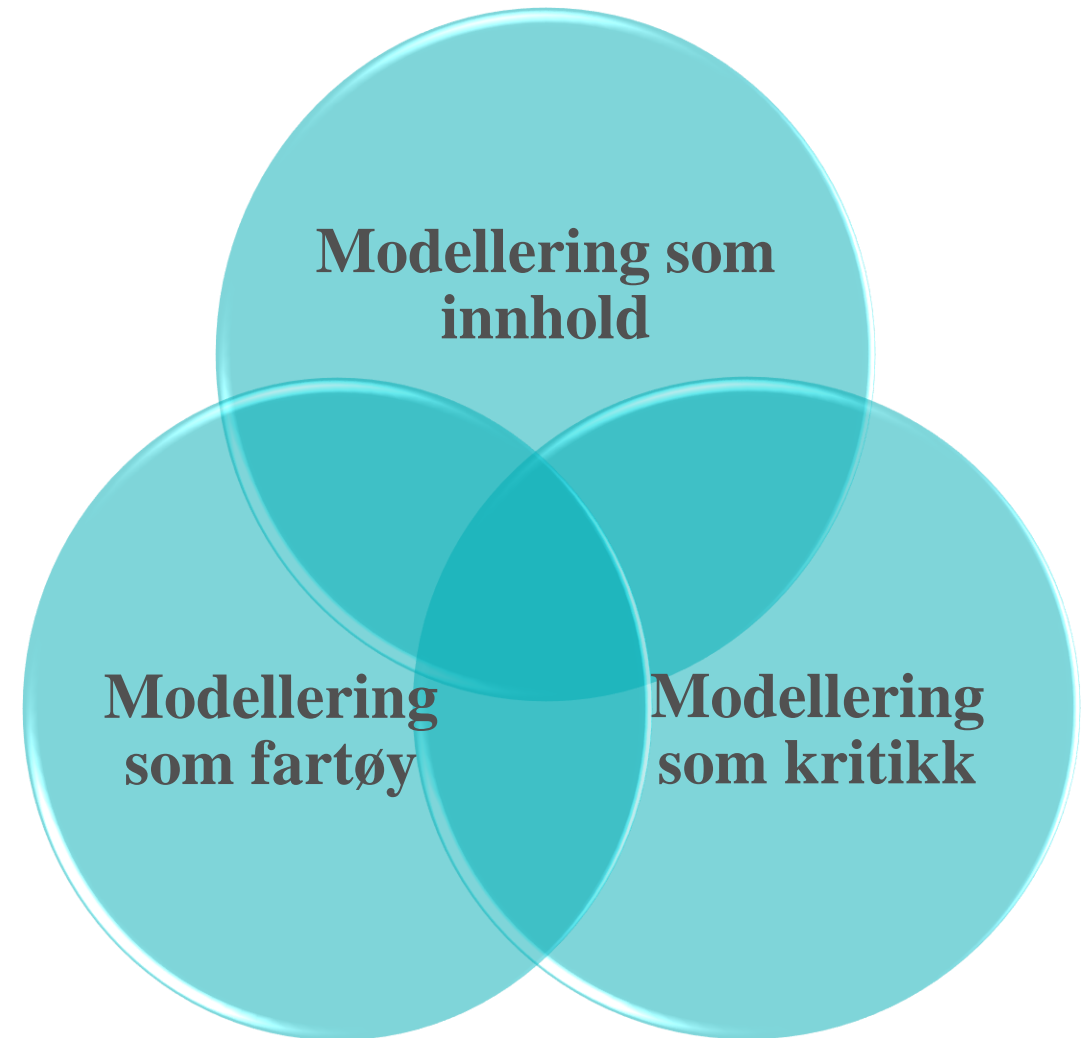
Modellering blir et redskap for å lære seg matematiske begreper og prosedyrer

Som innhold:

Målet blir å lære seg selve modelleringsprosessen

Som kritikk:

En del av kritisk matematikkundervisning, reflekterer over hvordan matematikk benyttes i samfunnet



# Matematisk modellering og kritisk demokratisk kompetanse

## Forutsetning for borgerens aktive deltakelse i samfunnet

- Lese og tolke diagrammer,
- Vurdere statistisk materiale
- Å forstå sin egen økonomi (lønnsslipp, selvangivelse mm)

## Matematikkens formatterende kraft

- Vi håndterer komplekse problemstillinger med matematiske hjelpemidler... dette forandrer problemstillingen – og løsningen!
- For eksempel gjennom å beskrive, forutsi, og kommunisere pandemier eller klimaendringer

## Kritisk kompetanse

... mer enn å bare forstå...

- Literacy – reading the word og world, (Freire 1987)
- Mathemacy - Mathematical literacy

## Danningsperspektiv

- Matematikk kun for å sørge for nok ingeniører i verden – eller også noe mer?

## Matematisk pensum og prestasjonsstandarder

- Hva gjør internasjonale tester med skolene og læringen i de ulike landene?

## Matematisk modellering som en ferdighet

- Eks Greenpeace/Bellona mot oljeboring – må kunne bruke modeller for å fremme sitt syn («political and critical consciousness» – Freire)

## Etnoperspektivet

- Europa, matematikkens vugge?.. Tja...babylonerne, maya-folket, kineserne, inderne osv...
- Samisk kultur...

# Et sosio-kritisk modelleringsperspektiv

Aktiviteten må være et problem (ikke en øvelse) for studentene

Aktiviteten må være fra hverdagslivet, eller andre kontekster som ikke er rein matematiske

Kritikk av hva som læres er en del av lærings- og modelleringsprosessen

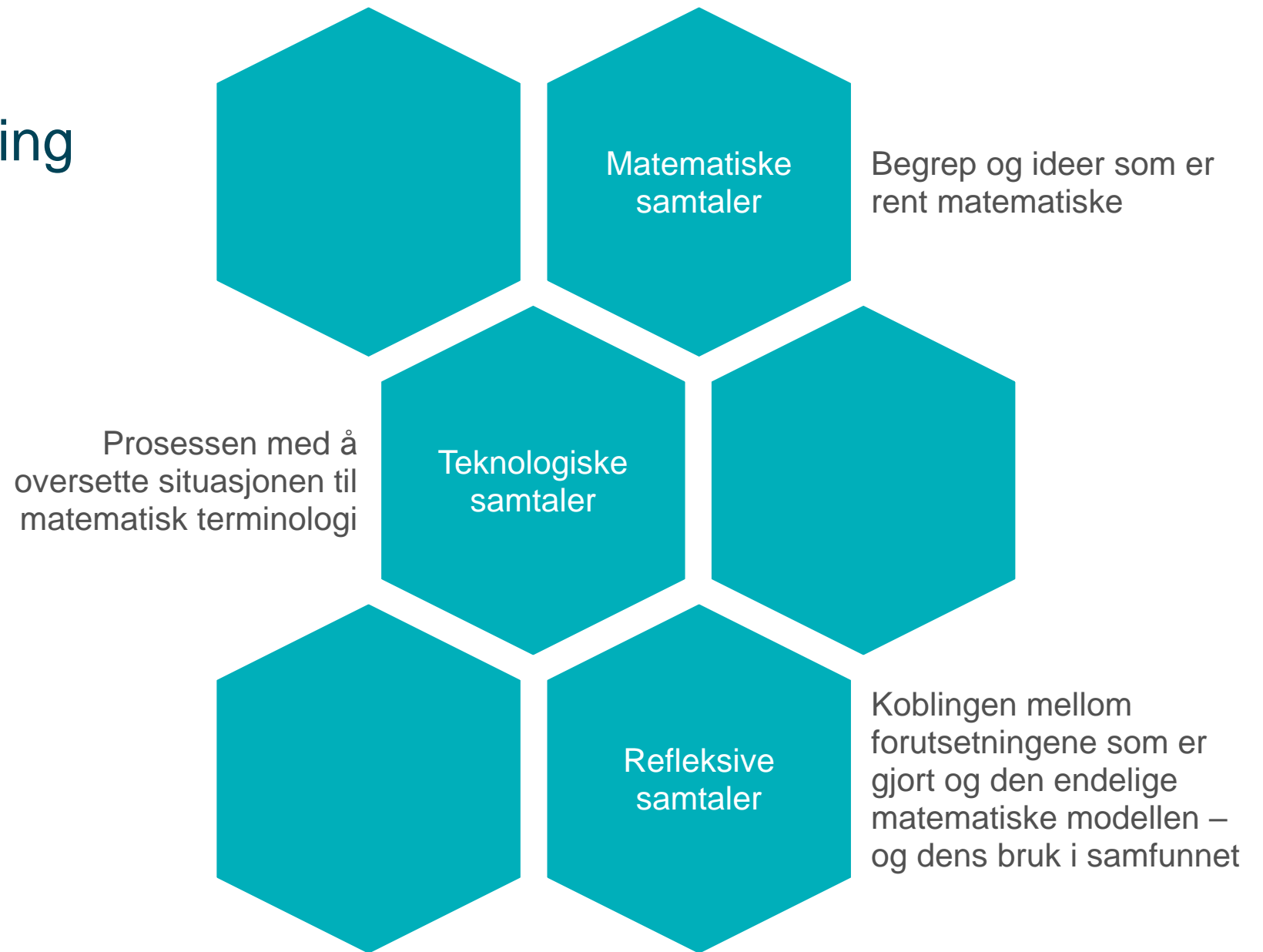
Studenter inviteres til å undersøke et problem fra virkeligheten – via matematikk, og hvor de adresser rollen til matematiske modeller i samfunnet.

Ulike oppgaver knytter hverdagsliv og matematikk sammen

Eks.: tekstoppgaver, åpne oppgaver, problemløsningsoppgaver, og prosjektarbeid.



# Ulike samtale typer i arbeid med modellering

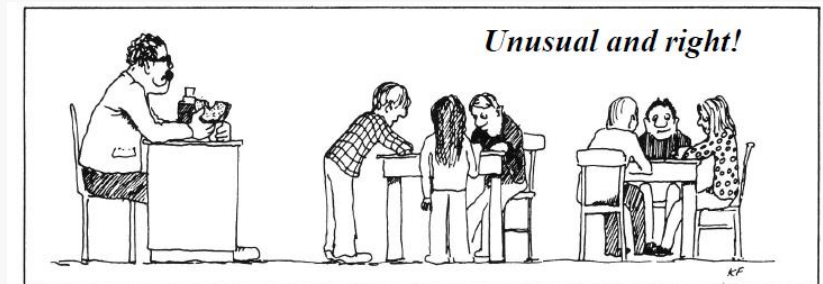


# Hvordan kan matematisk modellering foregå?

... med blikk på lærerrollen

- › Kvalitetskriterier:
  - › Overholde en balanse mellom lærerens veiledning (minimal) og studenters uavhengighet (maksimal)
  - › Lærere er unnværlige!
  - › Modelleringsaktiviteter innebærer ofte gruppearbeid, seminarer eller ulike former for interaksjoner mellom studenter (og andre).
    - › Gjennom felles diskurser, blir meninger forhandlet, og selve diskursen blir regulerende for hvordan problemet blir tolket og «løst».

- › Stille spørsmål som:
  - › Kan du forestille deg situasjonen?
  - › Hva forsøker du på?
  - › Hvor langt er du kommet?
  - › Hva mangler ennå?
  - › Kan du gjøre noe annerledes? Forbedre noe?
  - › Kan vi bruke løsningen til noe?
- › Støtte elevers ulike individuelle modelleringsforsøk og ulike løsninger (krever god kjennskap til oppgaven – og alle mulighetene den romm



# Modelleringsoppgaver i læreboken?

Hvordan «vri» en modelleringsoppgave slik at den får et samfunnskritisk perspektiv?

- › Begrenset utvalg av modelleringsoppgaver i lærebøker\*
  - › Ikke egentlige modelleringsoppgaver, semi-virkelighet,
  - › Få oppgaver med kritisk samfunnskritisk perspektiv
- › «Hvilke faktorer er viktige for deg når du skal kjøpe sko?» (Doerr & English 2003)
  - › Utvelgelse i grupper – så i plenum
- › «Hvilken bil skal vi kjøpe?» (English 2010)
  - › Stemte over ulike egenskaper
    - › Trygg, morsom, billig, etc
  - › Liste – nummerert
  - › Argumentere for kriterier – og anbefaling

*Student's Initial Ordering of Factors*

Order of ranking	Student group			
	Group 1	Group 2	Ben, Erin, and Rose	Group 4
1	style	style	style	comfort
2	size	size	cost	size
3	comfort	cost	size	style
4	cost	comfort	comfort	quality
5	quality	quality	quality	brand
6	brand	grip	lace/velcro	grip
7	grip	brand	brand	lace/velcro
8	lace/velcro	lace/velcro	grip	cost

**Table 1** Car Features Table

CAR	Antilock Brakes	Air bags	Air conditioner	Alloy wheels	Power Windows	Electric Sunroof
Nissan Silva	N/A	N/A	N/A	YES	YES	N/A
Ford Capri	N/A	N/A	N/A	YES	YES	N/A

\*Stillman et al., 2013; Vellarreal et al 2015; Çavuş-Erdem, Doğan, Gürbüz, & Şahin, 2017; Germain-Williams, 2014; Meyer, 2015).

# Hva kan utfordringene være når man gjennomfører et matematisk modelleringsopplegg med elever?



# Eksponentiell vekst i barneskolen

## – med sauer...

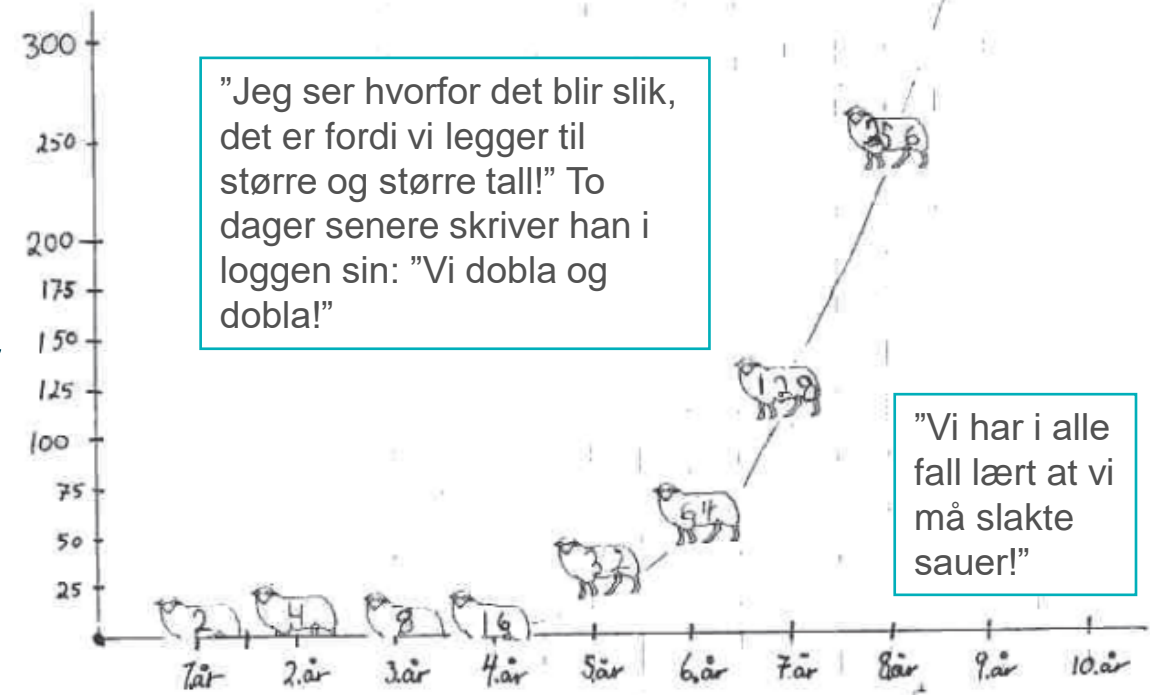
...Elevene visste at Mikal har to værer og ca 30 søyer. De fleste sauene fikk tvillinger. Så startet vi med vårt tankeeksperiment: "Hva om vi startet gård og begynte med to lam første året, hvor mange ble det på gården etter ti år dersom alle fikk to lam, en han og en hun, hvert år?" Først måtte de finne tallmønsteret. De fikk et skjema der de skulle fylle ut hvor mange par som fikk lam, hvor mange nye lam og hvor mange sauer i alt.

...Vanskelig var det også at sauene fikk lam hvert år og ikke bare en gang i livet. Det ble dessuten fort mange sauer å holde orden på. Jeg lurte på hvor mange sauer de kom til å legge utover før de gikk over til å se på tallmønsteret og finne ut av systemet. De fleste elevene la ut rundt 32 sauer før de gikk over til å regne.

"Det gikk sakte og så litt fortere og så gikk det rett opp!"

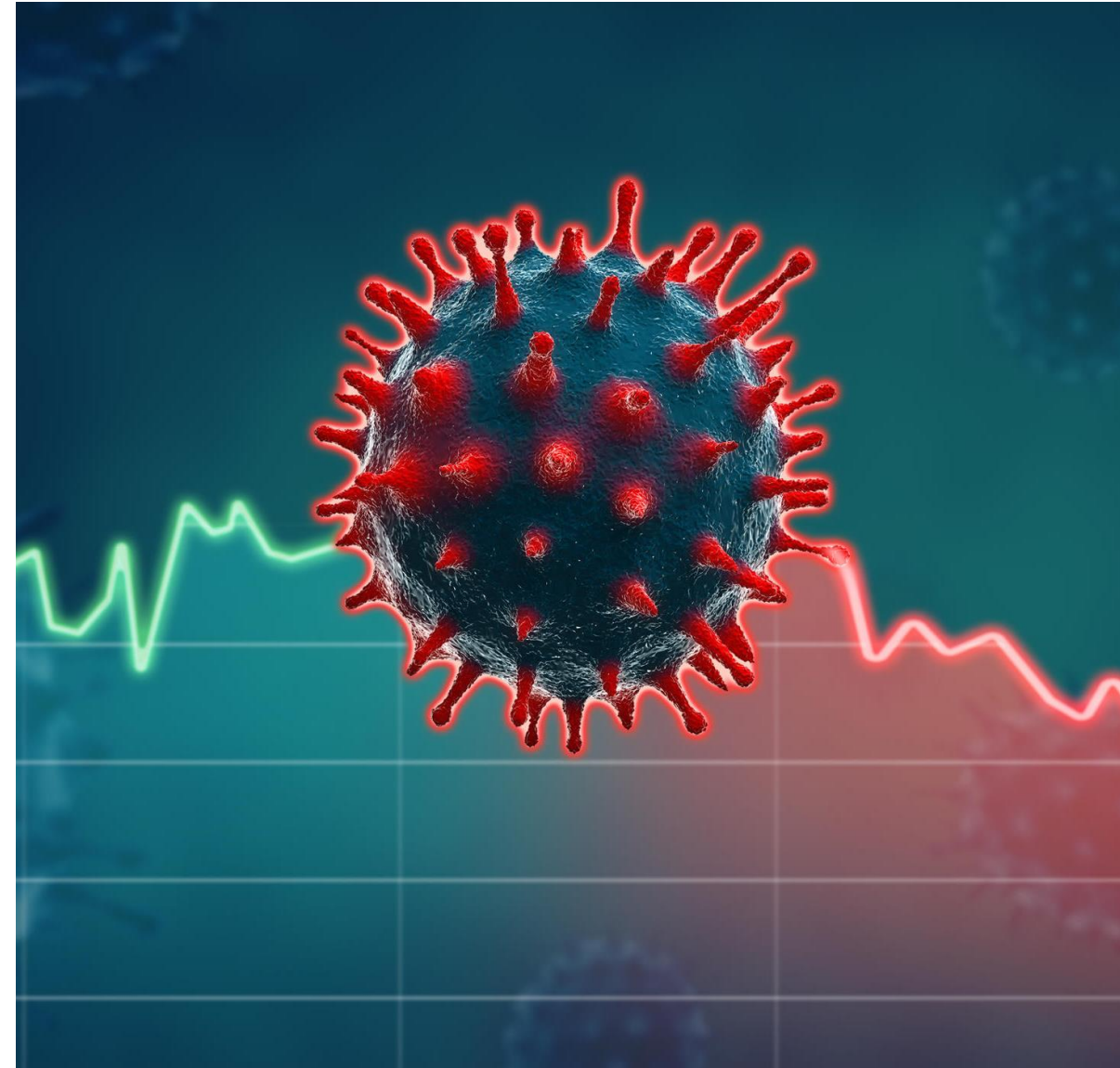
"Vi plussa større og større tall", "Til slutt fór det rett til værs"

År	Nye lam	Antall par som får lam	Antall sauer tilsammen	Mantel
1.	2	0	2	
2.	2	1	4	
3.	4	2	8	
4.	8	4	16	
5.	16	8	32	
6.	32	16	64	
7.	64	32	128	
8.	128	64	256	
9.	256	128	512	
10.	512	256	1024	



# Utvikling ... og videre forløp...

- › Beskriv (muntlig og ved hjelp av gester) utviklingen så langt til læringspartner:
  - › Hvordan smittespredningen i Norge har vært under korona (fra start av)
  - › Velg et valgfritt emne hver tilpasset elevene dine...
- › Vektlegg forandring, øking, minking, noe som øker hurtig, noe som avtar hurtig eller andre relevante forhold.
- › Gjør også deg noen tanker om hvordan en *fortsettelse* av utviklingen kan være, hvilke *forutsetninger* du tar, og hvilke *usikkerheter* som er tilstede



# Kritisk matematikk læring og undervisning

Critical Mathematics Education (CME)

- › Ikke et gitt sett av oppgaver eller undervisningsmetoder, men kan inneha visse kvaliteter...
- › Ulike emner, for eksempel:
  - › Sosial ulikhet
  - › Maktforhold
  - › Språklige- og kulturelle aspekter
  - › Globale utfordringer



# Noen praktiske eksempler på CME

## › Lik lønn for likt arbeid

- › Når vi sammenligner like kvinner og menn, som er like gamle, har like lang utdanning, jobber i samme sektor, næring og yrke, er **lønnsforskjellen på 8 prosent**.
- › Lønn hos fotballspillere
- › Lønn hos kvinnelige og mannlige idrettsutøvere

## › Kriminalitet og innvandrere

## › CO<sub>2</sub>-avtrykk

- › Kina er verstingen, eller?
- › Med sine 149 millioner innbyggere bidrar Bangladesh totalt sett mindre til klimaendringene enn 4,6 millioner nordmenn

## › Inntektsforskjeller

- › En av fem kroner går til den rikeste ene prosenten i Norge. Dette er likt som i USA, og **kan legge press på demokratiet**, advarer SSB-forsker.
- › Han oppfordrer særlig unge til å følge med på denne utviklingen, og mener konsentrasjon av økonomisk makt er en av de viktigste utviklingstrekkene de unge bør være oppmerksomme på og engasjere seg i.
- › De rikeste betalte minst skatt: Den rikeste 0,1 prosenten betalte 11%, lærere og sykepleiere 25 %
- › Lik prosentvis økning i lønn – rettferdig?

## CORE-indikator: KJØNN OG LØNN



## Tjener 3,1 millioner kroner hver eneste dag

Argentineren slår erkerival Cristiano Ronaldo med god margin.



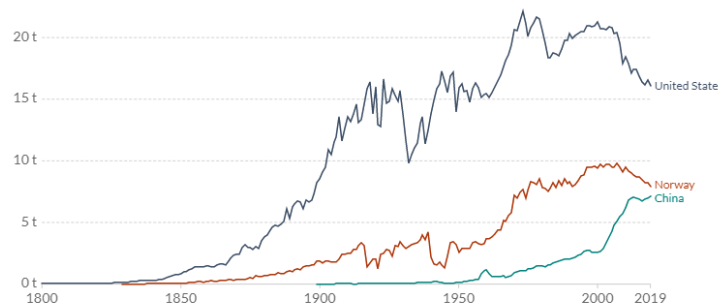
## Kvinnene får under halvparten av herrene for seier: – I 2020 burde vi ha kommet mye lenger

Rundt 50.000 kroner skiller en seier for herrene og damene i kombinert. Det er ikke populært i den norske kombinertleiren eller hos hovedsponsoren, som nå går inn for å jevne ut forskjellene.

## Per capita CO<sub>2</sub> emissions

Carbon dioxide (CO<sub>2</sub>) emissions from the burning of fossil fuels for energy and cement production. Land use change is not included.

+ Add country □ Relative change



Source: Our World in Data based on the Global Carbon Project, Gapminder & UN  
Note: CO<sub>2</sub> emissions are measured on a production basis, meaning they do not correct for emissions embedded in traded goods.  
OurWorldInData.org/co2-and-other-greenhouse-gas-emissions/ • CC BY

Our World in Data

“ We must reject the perennial prophets of doom and their predictions of the apocalypse

I don't think it's a hoax, I think there's probably a difference. But I don't know that it's manmade.

It's freezing in New York — where the hell is global warming?

“ The United States will join one trillion trees initiative

The weather has been so cold for so long that the global warming HOAXSTERS were forced to change the name to climate change to keep \$ flow!

“ I don't believe it.

The concept of global warming was created by and for the Chinese in order to make U.S. manufacturing non-competitive.

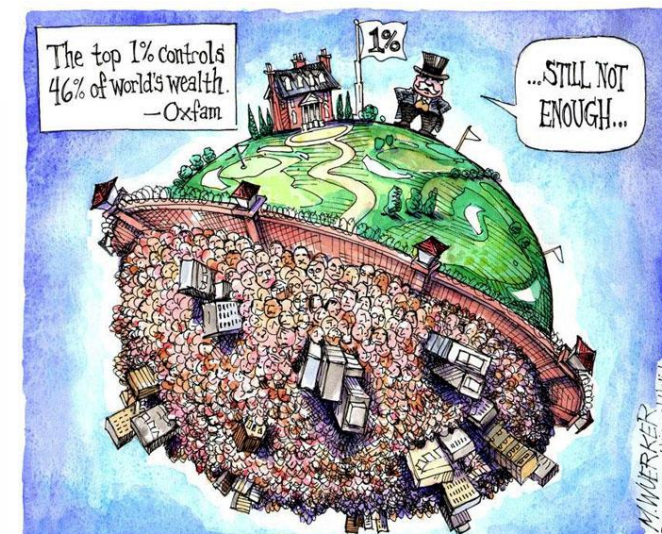
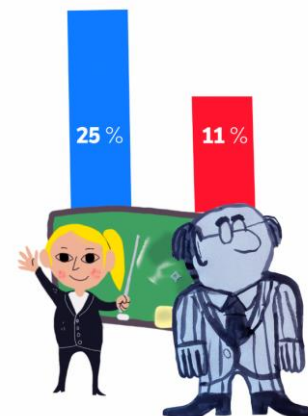


“ The environment is very important to me. Someone wrote a book that I'm an environmentalist

Donald J. Trump

The badly flawed Paris Climate Agreement protects the polluters, hurts Americans, and cost a fortune. NOT ON MY WATCH!

“ I want the cleanest water on the planet. I want the cleanest air anywhere — crystal-clean water



<https://www.samfunnsforskning.no/core/aktuelt/nyheter/fortsatt-store-lonnsforskjeller-mellom-kvinner-og-.html>

<https://www.nrk.no/norge/trodde-du-norge-hadde-sma-okonomiske-forskjeller -1.15389190>



# Noen eksempler fra klasserommet

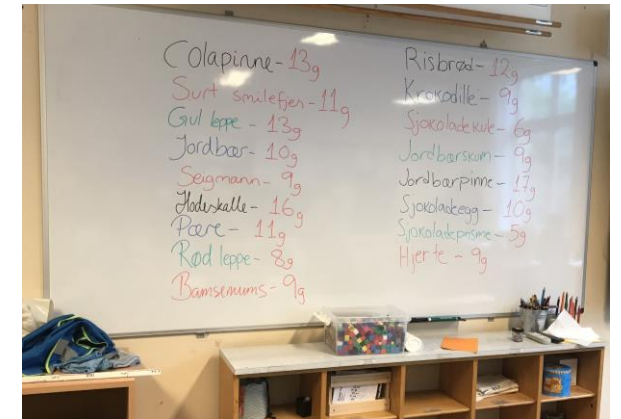


Hva er en bit? Hvordan kan en fruktsalt med 20 biter se ut?



Hvordan dele opp 24 elever i tre grupper

Hvor mye melk går til spille i en klasse i løpet av en tidsbegrenset periode.



Fallskjermslipp fra ulike høyder og måling av tid

# Eksempel – Vannforbruk (Rakstang, 2016) - mellomtrinn

- 6. trinn
- Hvor mye vann går til dusjing?
- Diskusjon om: hvor lang tid bruker jeg, hvordan måle hvor mye jeg bruker, hvordan skal vi bestemme om hvor lang tid «vi» bruker, hvordan skal vi ta hensyn til ulike omstendigheter (en dag bruker jeg 5 min, andre dager kanskje 20...), hvor ofte dusjer vi i en uke (noen hver dag, noen 2-3 dager i uka)...

**Sør-Afrika erklærer tørke «nasjonal katastrofe»**  
(ABC-nyheter,2018)



Gruppe 1	1 person	Trinnet (66 elever)	Skolen (600 elever)
En <u>10</u> minutters dusj	70 liter	4620 liter	42 000 liter
I løpet av 30 dager: 16 ganger	1120 liter	73 920 liter	672 000 liter
Gruppe 2	1 person	Trinnet (66 elever)	Skolen (559 elever)
En <u>7</u> minutters dusj	56 liter	3 696 liter	31 304 liter
I løpet av 30 dager: 15 ganger	840 liter	55 440 liter	469 560 liter
Gruppe 3	1 person	Trinnet (64 elever)	Skolen (559 elever)
En <u>10</u> minutters dusj	95 liter	6080 liter	53 105 liter
I løpet av 30 dager: 22 ganger	2090 liter	133 760 liter	1 168 310 liter
Gruppe 4	1 person	Trinnet (66 elever)	Skolen (600 elever)
En <u>10</u> minutters dusj	95 liter	6270 liter	57 000 liter
I løpet av 30 dager: 12 ganger	1140 liter	75 240 liter	648 000 liter

Figur 7 Tabell over elevenes modelleringsresultater

# Fortsettelse av aktiviteten: Vann forbruk

## Noen elevsamtaler (Rakstang, 2017)

Elev 7 Jeg har aldri tenkt på ... at det ikke er lurt å ...

Elev 3 Dusje?

Elev 9 Så lenge?

Elev 7 Ja, eller, [ler forsiktig] å bruke så mye vann. For man bruker jo veldig mye vann.

Elev 9 Du tenker jo egentlig aldri skikkelig over det.

Elev 3 Jeg ble først overrasket når vi så det ble 8 liter på 1 minutt dusj. Men da tenkte jeg jo at det kom til å bli store tall.

Elev 1 Jeg snakket på å sende brev til statsministeren, jeg skal det. Vi burde skrevet et brev om hva vi syns om at vi bruker så mye vann, og så få rektor og alle på skolen til å underskrive, og så sende det til statsministeren.

Elev 3 Også legge oppi 100 kr for å bestikke de...

Elev 2 Men kan vi ikke bare skrive et sånn brev? Også få med de som er interessert på skolen?

A Jo, det syns jeg absolutt dere kan gjøre.

# Diskusjonsspørsmål:

- › Hvordan kan jeg tenke matematisk modellering i min klasse?
- › Hvilke aktiviteter kan være aktuelle?
- › Hvordan tenker jeg at aktiviteten(e) har potensiale sett i lys av et sosialt-kritisk perspektiv?
- › Hvordan tenker jeg at aktiviteten har et potensiale i lys av det tverrfaglige temaet: Demokrati og Medborgerskap?

Finn dine og elevenes engasjement – angående  
samfunnsaktuelle problemstillinger... prøv deg frem...  
vær åpen og nysgjerrig sammen med elevene...



# Litteratur

- Barbosa, J. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. In *Mathematics applications and modelling in the teaching and learning of mathematics; Proceedings of TSG21 at ICME11* (pp. 133-143).
- Blomhøj, M. (2003). Modelling som undervisningsform. In O. Skovsmose, M. Blomhøj, & H. Alrø (Eds.), *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring*. København: L&R Uddannelse Forlag Malling Beck.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Erdem, Z. Ç., Doğan, M. F., Gürbüz, R., & Şahin, S. (2017). The reflections of mathematical modeling in teaching tools: Textbook analysis. *Adiyaman University Journal of Educational Sciences*, 7(1), 61-86.
- Freire, P., & Macedo, D. (2005). *Literacy: Reading the word and the world*. Routledge.
- Germain-Williams, T. (2014). *Mathematical modeling in algebra textbooks at the onset of the Common Core State Standards* Columbia University.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Oxford, UK: Routledge.
- Hana, G. M. (2013). Modelling. In G. M. Hana (Ed.), *Matematiske byggesteiner* (pp. 179-222). Bergen, Norway: Caspar Forlag.
- Hauge, K. H., Breivega, K. M. R., Lilland, I. E., Kacerja, S., Brekkhus, Å. B., & Werler, T. C. (2019). Med norsk og matematikk mot konspirasjonsteorier. *Dembra*, 50-59.
- Meyer, D. (2015). Missing the promise of mathematical modeling. *The Mathematics Teacher*, 108(8), 578-583.
- Rakstang, Anna. (2017). *Modellering og kritisk demokratisk kompetanse*. Masteroppgave HVL. Bergen. [https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmli/bitstream/handle/11250/2481619/Masterthesis\\_Rakstang.pdf?sequence=2&isAllowed=y](https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmli/bitstream/handle/11250/2481619/Masterthesis_Rakstang.pdf?sequence=2&isAllowed=y)
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Springer. Selvik, B. K. (2007). *Matematiske sammenhenger: Algebra og funksjonslære* (R. A. Rinvold, Red.; 3. utg.). Caspar forlag
- Stillman, G. A., Brown, J. P., Faragher, R., Geiger, V., & Galbraith, P. (2013). The role of textbooks in developing a socio-critical perspective on mathematical modelling in secondary classrooms. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 361–371). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5\\_30](https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_30)
- Rangnes, T. E. (2007). Vekst og grafer – modellering sammen med 8–9-åringer. *Tangenten*, 4, 2-8.
- Villarreal, M. E., Esteley, C. B., & Smith, S. (2015). Pre-service mathematics teachers' experiences in modelling projects from a socio-critical modelling perspective. In *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 567-578). Springer.



Tips til video-snutter:

<https://www.youtube.com/watch?v=cZwC7wD2vjE&t=38s>

<https://www.youtube.com/watch?v=M1GI8t6h78s>

<https://matematikk.net/side/Modellering>

<https://ndla.no/subjects/subject:29/topic:1:165103/>

Takk for oss