

Øvelse – rekker



Oppgave 1

a) Undersøk om følgende rekker konvergerer eller divergerer:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n+1}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^5+2}$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^2 \cdot n!}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^3}$$

Avgjør om følgende rekker:

$$\text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$$

$$\text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$$

i) betinget konvergente. ii) absolutt konvergente

Oppgave 2

Undersøk om følgende rekker konvergerer eller divergerer:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+5}$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{(n!)^2}$$

$$\text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{n+1}$$

$$\text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!n^2}$$



FASIT:

Oppgave 1

a) div fordi: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{3} \neq 0$

b) konv. (sammenlign med $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$)

c) konv. : Forholdskriteriet

d) konv. (Leibniz kriteriet)

e) i) Absolutt Konv. e) ii) Betinget konv.

Oppgave 2

a) konv. : Forholdskriteriet

b) div. (sammenlign med $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$)

c) konv. : Forholdskriteriet

d) div. (sammenlign med $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$, $p = \frac{2}{3} < 1$)

e) konv. Forholdskriteriet . Regne hjelp:

$$\left(\frac{(n+1)!}{(n)!} \right)^2 = (n+1)^2 \quad \frac{(2n)!}{(2(n+1))!} = \frac{(2n)!}{(2n+2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdots (2n)}{1 \cdot 2 \cdots (2n)(2n+1)(2n+2)} = \frac{1}{(2n+1)(2n+2)}$$