1.13 Oppsummering

Problem: Undersøk om den uendelige rekken: $\sum_{n=1}^{n} a_n$ er konvergent eller divergent.

Krav 1:Nødvendig betingelse

$$\begin{cases} \text{Dersom} \quad \lim_{n\to\infty} a_n \neq 0 \Rightarrow \text{Rekken divergerer.} \\ \text{Dersom} \quad \lim_{n\to\infty} a_n = 0 \Rightarrow \text{Rekken } \textbf{kan} \text{ konvergere.Velg metode.} \end{cases}$$

Dersom $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, vi velger mellom:

1. **Forholdskriteriet:**

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = L = \begin{cases} L < 1 \Rightarrow Konvergerer \\ L > 1 \Rightarrow Divergerer \\ L = 1 \Rightarrow Ingen\,konklusjon \end{cases}$$

Når kan denne metoden benyttes? Når det n'te leddet består av potensledd eller fakultet Uttrykk. Eksempel: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{b^n (2n)!}$

2. **Sammenligningskriteriet**

i) Anta $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ er konvergent. Dersom $a_n < b_n$, er $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ også konvergent.

ii) Anta $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ er konvergent. Dersom $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{b_n} \right| < \infty$, er $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ også konvergent.

iii) Anta $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ er divergent. Dersom $a_n > b_n$, er $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ også divergent.

iv) Anta $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ er divergent. Dersom $0 < \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{b_n} \right| < \infty$, er $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ også divergent.

☼ **p-rekke:** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^P}$ er kjent som p-rekke. $\begin{cases} p \leq 1 \Rightarrow divergerer \\ p > 1 \Rightarrow konvergerer \end{cases}$

Alternerende rekker

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ konvergerer dersom $\begin{cases} 1. \quad \lim_{n\to\infty} a_n = 0 \\ 2. \quad a_{n+1} < a_n \text{ for alle n} \end{cases}$ (Leibniz' kriterium)